

## Übungen zur Vorlesung *Einführung in die Theoretische Physik*

(SoSe 2018, Übungsblatt 7)

<https://www.uni-oldenburg.de/condmat/teaching/ETP/>

**Abgabe:** Dienstag, 22. Mai bis 10:15 Uhr

### 25) Krummlinige Koordinatensysteme

a) In Zylinderkoordinaten wird die Position eines Punktes durch das Tripel  $(r, \varphi, z)$  angegeben, wobei  $r \cos \varphi = x$ ,  $r \sin \varphi = y$ . Berechnen Sie die normierten Tangentialvektoren  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\varphi$ ,  $\vec{e}_z$  in Richtung der lokalen Koordinatenlinien und zeigen Sie, dass diese drei Vektoren aufeinander senkrecht stehen und in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden, d.h. dass  $\vec{e}_r \times \vec{e}_\varphi = \vec{e}_z$ . Berechnen Sie weiterhin den Betrag der Funktionaldeterminante

$$D = \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \varphi, z)} \right|.$$

b) Führen Sie die zu a) analogen Rechnungen auch für sphärische Polarkoordinaten  $(r, \vartheta, \varphi)$  durch:  $r \sin \vartheta \cos \varphi = x$ ,  $r \sin \vartheta \sin \varphi = y$ ,  $r \cos \vartheta = z$ . **(2P)**

### 26) Ein kinematisches Problem: Bewegung auf einer Kardioide

Ein Punktteilchen bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  auf einer Kardioide, die in ebenen Polarkoordinaten durch

$$\vec{r}(\varphi) = k(1 + \cos \varphi)\vec{e}_r$$

gegeben wird. Dabei ist  $\vec{e}_r$  der radiale Einheitsvektor.

a) Fertigen Sie eine Skizze der Bahnkurve an.

b) Berechnen Sie die Radialkomponente, die Azimutalkomponente sowie den Betrag des Beschleunigungsvektors und zeigen Sie, dass die Azimutalkomponente für  $\varphi \rightarrow \pi$  singularär wird. Warum?

Hinweis: Für die Ableitungen der lokalen Basisvektoren in ebenen Polarkoordinaten gilt

$$\frac{d\vec{e}_r}{d\varphi} = \vec{e}_\varphi \quad \text{und} \quad \frac{d\vec{e}_\varphi}{d\varphi} = -\vec{e}_r.$$

**(3P)**

### 27) Ein dynamisches Problem: Bewegung auf einer Schraubenlinie

Eine Schraubenlinie wird parametrisiert durch

$$\vec{r}(\varphi) = (\varrho \cos \varphi, \varrho \sin \varphi, \gamma \varphi).$$

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird ein Punktteilchen der Masse  $m$ , das sich entlang dieser Linie reibungsfrei bewegen kann, bei  $\varphi = 0$  losgelassen. Auf das Teilchen wirken dann neben der Gewichtskraft auch die Reaktionskräfte in Richtung der Haupt- und der Binormalen, die es auf die Schraubenbahn zwingen. Wie lauten die Geschwindigkeit des Teilchens sowie der Betrag der „Zwangskraft“ in Abhängigkeit von der Zeit? **(3P)**

### 28) Freier Fall mit Stokesscher Reibung

Unter „Stokesscher Reibung“ versteht man eine Reibungskraft, die der Geschwindigkeit des durch sie abgebremsten Teilchens proportional und entgegengesetzt gerichtet ist. Wenn also ein fallender Körper der Masse  $m$  einer solchen Kraft mit einer (positiven) Reibungskonstanten  $\gamma$  unterliegt, hat man die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{z} = -mg - \gamma\dot{z} .$$

Bestimmen Sie die „Weg-Zeit-Funktion“  $z(t)$ , die sich für die Anfangsbedingungen  $z(0) = z_0$ ,  $\dot{z}(0) = v_0$  ergibt. Wie verhält sich die Geschwindigkeit des Teilchens für „sehr große“ bzw. „sehr kleine“ Zeiten? (Was bedeutet hier „groß“ bzw. „klein“?) **(2P)**