Berufsbegleitender Bachelorstudiengang

Business Administration in mittelständischen Unternehmen (B.A.)

Center für lebenslanges Lernen

Kathrin Wetzel

Grundlagen der Statistik

Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, 2015

Impressum

Autor: Kathrin Wetzel
auf der Basis der Studienmaterialien „Quantitativ-analytische Forschungsmethoden in den Wirtschaftswissenschaften“ von Prof. Dr. Hans-Peter Litz und Gerald Rosemann (2010)

Herausgeber: Universität Oldenburg, Center für lebenslanges Lernen C3L

ISSN: 1612-1473

Oldenburg, September 2015

INHALTSVERZEICHNIS

EINFÜHRUNG

Die quantitativen Forschungsmethoden gelten als empirische Methode des Beobachtens, Zählens und Messens und dienen der Überprüfung von Problemen der Wirklichkeit. Die vorliegenden Studienmaterialien sollen Ihnen eine klare, verständliche und kurze Einführung in die grundlegenden Prinzipien der quantitativen Methodenlehre geben. Mit diesen Unterlagen sollen Sie die Fähigkeit zur kritischen Beurteilung empirischer Untersuchungsergebnisse der quantitativen Methodik erlangen und verstehen, welche Bereiche für die Durchführung und Auswertung quantitativer Vorhaben relevant sind.

Betriebliche, gesamtwirtschaftliche sowie gesellschaftliche Strukturen und Entwicklungen werden zumeist numerisch, d. h. zahlenmäßig erfasst und dargestellt und fließen in Unternehmen täglich in Entscheidungsprozesse mit ein. Im Rahmen Ihrer Berufstätigkeit stehen Sie wahrscheinlich ebenfalls unter der Herausforderung, Daten zu erfassen, aufzubereiten und auszuwerten, um Entscheidungsprozesse mit beeinflussen zu können. In dem Gesamtmodul „Quantitative und qualitative Forschungsmethoden“ erhalten Sie das nötige Rüstzeug für die Planung und Durchführung solcher Projekte. Zweckrationales (betriebliches) Handeln bezieht sich explizit oder implizit in verschiedenen Formen auf ein konkretes Aktionsfeld, die Realität. Auf der Wahrnehmungsebene werden die relevanten Informationen aufgenommen, auf der Erklärungsebene (Theorie) werden diese Informationen in einem Kausalmodell in Ursache-/Wirkungsrelationen schlüssig miteinander verknüpft und auf der Handlungsebene (Praxis) werden die Aktionsparameter zur Gestaltung des Feldes definiert und wirksam eingesetzt. Diese verschiedenen Zugangsweisen zur Realität sind nicht voneinander zu isolieren oder gar wechselweise außer Acht zu lassen. Sobald das Aktionsfeld im eingangs beschriebenen Maße quantitative Strukturen aufweist, ist die Beziehung zwischen der "Empirie" und der "Theorie" um die Komponente "Statistik" zu erweitern.

Die Ihnen vorliegenden Studienmaterialien sind Unterlagen, die Sie im Rahmen des Gesamtmoduls „Empirische Forschung und statistische Analyse“ benötigen. Da dieses Modul in diesem Semester erstmals enger untereinander verzahnt wird, wurden die bisherigen Unterlagen, die ursprünglich durch Prof. Dr. Hans-Peter Litz und Gerald Rosemann erstellt wurden, überarbeitet. Der enge Bezug zur qualitativen Forschungsmethodik, den Prof. Dr. Röbken in diesem und anderen Studiengängen lehrt, wurde auf Studierendenwunsch hin deutlicher herausgearbeitet.

Die Studienmaterialien bestehen aus drei Kapiteln:

- Im ersten Kapitel lernen Sie die Grundbegriffe und Operationen der Deskriptivstatistik kennen. Sie lernen nicht nur grundsätzliche Definitionen kennen, sondern erhalten auch Beispiele für die verschiedenen Skalenniveaus, Lage- und Streuungsparameter.

- Im zweiten Kapitel lernen Sie die Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennen. Auch hier werden Ihnen neben wichtigen Definitionen Funktionen und Verteilungen vorgestellt, die Sie gerade bei der Datenauswertung eines quantitativen Forschungsvorhabens benötigen.
- Im dritten Kapitel lernen die Grundzüge des statistischen Schließens kennen. Im Wesentlichen beschäftigt sich dieses Kapitel mit der Vorstellung von Schätzfunktionen, dem Hypothesentest und der Regression.
- Am Ende finden Sie ein Glossar und Schlüsselwortverzeichnis, über das Sie Begrifflichkeiten schnell nachschlagen können.

Weiterhin zu empfehlen ...

... für einen guten Über- und Einblick:

- Schira, J. (2009): Statistische Methoden der VWL und BWL: Theorie und Praxis. 3. aktualisierte Auflage, München: Pearson.
- Bortz, J. (2010): Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler, 7. Aufl., Berlin: Springer.

... für weiterführende Fragestellungen:

- Backhaus, K. (2011): Multivariate Analysemethoden, 13. Aufl., Berlin: Springer.

KAPITEL 1:
DESKRIPTIVE STATISTIK

Nach Bearbeitung dieses Kapitels sollten Sie ...

- die Grundbegriffe und Operationen der Deskriptivstatistik kennen,
- die Begriffe statistische Einheit, Merkmal und Grundgesamtheit definieren,
- die Skalenniveaus definieren, Beispiele benennen können und ihre Relevanz im statistischen Analyseprozess darlegen,
- absolute und relative Häufigkeiten unterscheiden und erläutern,
- die Mittelwertemaße Modus, Median und arithmetisches Mittel erläutern und berechnen,
- Streuungsmaße erläutern können.

1 DESKRIPTIVE STATISTIK

Statistik ist angewandte Mathematik. Sie steht im engen Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeitstheorie und wird mit dieser unter dem Oberbegriff der Stochastik zusammengefasst. Statistik handelt davon, wie man eine Vielzahl von Einzeltatsachen in zusammenfassender Weise beschreiben und welche Schlüsse man daraus ziehen kann. Statistik besteht aus dem beschreibenden (deskriptiven) sowie aus dem schließenden Teil (Inferenzstatistik). Von der Statistik erhofft man sich Hilfe bei der Unterscheidung von systematischen (gesetzmäßigen) und zufälligen Ereignissen. Statistik wird u.a. angewendet in der Wirtschaftswissenschaft, z B. zur Berechnung des Kreditrisiken, in der Medizin, z. B. zur Beurteilung des Erfolges neuer Behandlungsmethoden usw.

In der Statistik geht es um die Messung alltäglicher menschlicher Phänomene, z. Bsp. der wöchentliche Blick auf die Waage, die Verwendung eines Bandmaßes zur Überprüfung der Länge von Gegenständen, die Klausurergebnisse in einem Studienmodul, die Erhebungen von PISA oder der monatlichen Arbeitslosenzahlen usw. Messungen sollten das zu messende Merkmal möglichst gültig und präzise erfassen, denn erst dadurch sind Menschen in der Lage, fundierte Urteile über Personen oder die Gültigkeit von Hypothesen abzugeben. Messungen sind Zuordnungen von Zahlen zu Objekten oder Ereignissen, sofern diese Zuordnungen eine homomorphe Abbildung eines empirischen Relativs in ein numerisches Relativ ist, z. B. die Zuordnung den Geschlechts zu einer Zahl (Mann=0, Frau=1). Bevor statistische Informationen gewonnen werden können, muss zunächst die Erhebung von Einzeldaten durchgeführt werden. Die erste Aufgabe der Statistik ist es daher, diese zuweilen unübersichtliche Datenmenge so darzustellen und aufzubereiten, dass danach die in der Menge der Einzeldaten verborgene Information mit statistischen Methoden herausgefiltert und analysiert werden können. In diesem Kapitel erhalten Sie einen Überblick über die wichtigsten Grundbegriffe der Statistik und verstehen, wozu diese benötigt werden, was sie leisten und wie man mit ihnen arbeiten kann.

1.1 Statistische Einheiten und Merkmale

Untersuchungseinheiten oder sog. statistische Einheiten sind Objekte, deren Merkmale in einer gegebenen Fragestellung von Interesse sind und im Rahmen einer empirischen Untersuchung erhoben werden. Grundsätzlich können dies alle materiellen Gegenstände oder Lebewesen sowie immaterielle Dinge sein. Im folgenden Kapitel wird Ihnen zunächst die Unterscheidung wesentlicher, für die Statistik relevanter Begriffe vorgestellt. Die statistische Einheit gilt als Träger einer Information, die erhoben werden soll. Das Hauptinteresse der Statistik gilt nicht der einzelnen statistischen Einheit. In diesem Sinne interessiert sie sich nur für Massenphänomene, also dafür, was in einer statistischen Masse, d.h. einer bestimmten Menge von im Wesentlichen gleichartigen Einheiten vor sich geht (Schira 2009).

Beispiel für statistische Einheiten und Masse

Statistische Einheiten	Statistische Masse
Studierende	Die Einschreibungszahlen für den berufsbegleitenden internetgestützten Bachelor-Studiengang Business Administration in mittelständischen Unternehmen im Wintersemester 2014/2015
Unternehmen	Angemeldete Konkurse von Kurzwarengeschäften von Juli bis August 2014 in Niedersachsen
Autobahnraststätten	Nutzung von Gastronomien an nordrhein-westfälischen Autobahnraststätten im Juli 2014
Unfälle	Verkehrsunfälle mit Blechschaden im Jahre 2014 im Landkreis Ammerland

Die Anzahl der statistischen Einheiten, zu denen eine Aussage getroffen werden soll, wird als Grundgesamtheit bezeichnet, etwa „alle in Niedersachsen lebenden Menschen ab 18 Jahren“. Da für eine Befragung nicht alle in Niedersachsen befragt werden können, wird in der Regel eine Stichprobe ausgewählt (Teilerhebung), mittels derer die Meinung von allen festgestellt werden kann. Für die Auswahl einer Stichprobe gibt es verschiedene Auswahlverfahren. Bei kleinen Grundgesamtheiten, zum Beispiel den Schülern einer Schule, kann eine Untersuchung auch vollständig durchgeführt werden. In diesem Fall spricht man von einer Vollerhebung. Für alle Grundgesamtheiten gilt, dass genau festgelegt werden muss, wer zu dieser Gruppe gehört (Statista 2014). Die Grundgesamtheit ist die Menge aller statistischen Einheiten, die dieselben wohldefinierten Identifikationskriterien erfüllt. Ein häufig verwendetes Synonym für den Terminus sind statistische Masse oder Population. Die Grundgesamtheit umfasst alle Einheiten, die von Interesse sein könnten, z. B. alle Zuschauenden einer TV-Diskussion zum Thema Kreditrisiko. Die Stichprobe umfasst dann nur einen kleinen, zufällig gewählten Teil der Grundgesamtheit, sodass die Erhebungskosten gering bleiben, z. B. 100 für eine Befragung ausgewählte Zuschauende der TV-Diskussion zum Thema Kreditrisiko. Weiterhin geht es um einen relevanten Parameter, den sog. Indikator in der Grundgesamtheit. Im soeben skizzierten Beispiel wäre dies der wirkliche Anteil der Zuschauenden, die die Kandidatin C in der TV-Diskussion als Siegerin ansehen.

Beispiel für Forschungsfragestellungen, Merkmale und entsprechende Merkmalsausprägungen

Frage	Merkmal (Kurzbezeichnung für die Frage, die untersucht werden soll)	Merkmalsausprägung (Werte, die bei einzelnen Merkmalen auftreten)
Wie alt sind die Teilnehmenden von Inhouse-Schulungen in einem Unternehmen?	Alter in Jahren	30, 31, 32, 33, 34, usw.
Wie gut gefällt Ihnen das neu eingeführte Konzept Job Rotation in ihrem Unternehmen?	Note	1, 2, 3, 4, 5, 6

Das Interesse gilt nicht den statistischen Einheiten selbst, sondern lediglich einigen ihrer Eigenschaften, den sogenannten Merkmalen (häufig wird auch von Variablen gesprochen). Deshalb bezeichnet man die statistischen Einheiten auch als Merkmalsträger. Unterscheidebare Erscheinungsformen eines Merkmals heißen Merkmalsausprägungen.

Beispiel für Merkmale und Merkmalsausprägungen

Merkmal	Merkmalsausprägungen
Familienstand	Ledig, Verheiratet, Geschieden, Verwitwet
Augenfarbe	Blau, Braun, Grün, Grau

Die Begriffe Merkmal und Variable werden häufig synonym verwendet, obwohl sie streng genommen nicht dasselbe bedeuten. Statistische Variablen ordnen den statistischen Einheiten bzw. ihren Merkmalswerten reelle Zahlen zu. Merkmale und Variablen sind nicht alle von gleicher Qualität, was die Möglichkeiten ihrer statistischen Analyse und Interpretation angeht. Es ist daher angebracht, sie in verschiedene Kategorien einzuteilen. Man unterscheidet grundsätzlich qualitative von quantitativen Merkmalen (Schira 2009).

1.2 Skalenniveau

Zur Auswertung quantitativer Daten bedient man sich der Statistik. Je nachdem, welches Skalenniveau die quantitativen Daten haben, lassen sich unterschiedliche Rechenoperationen durchführen. Manche Daten lassen sich z.B. nur klassifizieren (z.B. Geschlecht oder Farben), andere Daten lassen sich in eine Rangfolge bringen (Schulabschlüsse, Schulnoten), wieder andere lassen sich in gleichen Intervallbreiten abtragen (z.B. Temperaturunterschiede), und wieder andere können exakte Verhältnisse abbilden (z.B. Gewicht: Max ist doppelt so schwer wie Lisa.). Generell gilt: je höher das Skalenniveau, desto weitreichender sind die statistischen Analysemöglichkeiten. Eine weitere wichtige Einteilung der Typen von statistischen Variablen ist die nach dem Niveau der Messbarkeit, d.h. mit welcher Skala oder welchem Maßstab die Skalen gemessen werden können. Das Niveau der Messbarkeit bestimmt dabei die Möglichkeiten und Grenzen der statistischen Auswertungen, die man sinnvoll mit den erhobenen Daten vornehmen kann. Das Skalenniveau oder Messniveau (auch: Skalendignität) ist in der Empirie eine wichtige Eigenschaft von Merkmalen bzw. von Variablen. Je nach der Art eines Merkmals bzw. je nachdem, welche Vorschriften bei seiner Messung eingehalten werden können, lassen sich verschiedene Stufen der Skalierbarkeit unterscheiden:

Innerhalb der verschiedenen Skalen lässt sich eine aufsteigende Messbarkeit ablesen, die in Tab. 9 näher erläutert wird:

Aufsteigende Messbarkeit

Nominal messbar	Ordinal messbar	Kardinal messbar (Intervall- und Verhältnisskala)
Es kann lediglich die Gleichheit oder Andersartigkeit verschiedener Ausprägungen festgestellt werden. Ein Merkmal ist immer dann nominal, wenn mit ihm keinerlei Bewertung oder Quantifizierung intendiert werden soll. Sie sind stets qualitativ, z. B.. Religion, Beruf, Rechtsform eines Unternehmens.	Die möglichen Merkmalsausprägungen sind unterscheidbar und können zusätzlich in eine natürliche oder sinnvoll festzulegende Rangordnung gebracht werden, z. Bsp. Intelligenzquotient, Sozialer Status, Schulnoten, Tabellenplätze der Fußball-Bundesliga.	Die verschiedenen Ausprägungen drücken nicht nur eine Rangfolge aus, sondern es ist außerdem der quantitative Unterschied zwischen ihnen bestimmt. Die Ausprägungen müssen numerisch angegeben werden, z. Bsp. Bruttoinlandsprodukt, Investitionen, Inflation, Kosten, Umsatz, Gewinn.

Tab. 9: Übersicht über die aufsteigende Messbarkeit (Quelle: in Anlehnung an Schira 2009. S- 23)

Die Intervall- und Verhältnisskala werden zur Kardinalskala zusammengefasst. Merkmale auf dieser Skala werden dann als metrisch bezeichnet. Nominal- oder ordinalskalierte Merkmale bezeichnet man auch als kategorial.

Die **Nominalskalierung**: Ein Merkmal heißt nominal (lat. nomen = Namen), wenn seine möglichen Ausprägungen zwar unterschieden, nicht aber in eine Rangfolge gebracht werden können. Bei nominalskalierten Merkmalen wird dem zu messenden Sachverhalt (z. Bsp. dem Geschlecht von Menschen) für die entsprechende Ausprägung ein Name bzw. eine Kategorie zugeordnet. Bei diesem Messniveau handelt es sich um das unterste Messniveau bzw. die niedrigste Messbarkeit, da es sich lediglich um eine Entscheidung über die Zugehörigkeit zu den Kategorien handelt. Weder eine größer/kleiner Beziehung noch metrische Beziehungen zwischen den Kategorien existieren. Für die Kategorien können absolute und relative Häufigkeiten berechnet werden, z. Bsp. von 120 Befragten waren 48 weiblich (40%) und 72 männlich (60%).

Für verschiedene Objekte oder Erscheinungen wird mithilfe eines Vergleichs lediglich eine Entscheidung über Gleichheit oder Ungleichheit der Merkmalsausprägung getroffen (z. B. $x \neq y \neq z$). Es handelt sich also nur um qualitative Merkmale (z. B. Blutgruppen oder Geschlecht). Es gilt die Gleichheitsrelation, also kann man entscheiden, ob zwei Ausprägungen gleich oder ungleich sind. Die Werte können aber nicht der Größe nach sortiert werden, im Sinne von „ist größer als“ oder „besser als“.

Die **Ordinalskalierung:** Bei der Verwendung einer Ordinalskala wird gefordert, dass die nächst höhere Kategorie jeweils einen stärkeren Ausprägungsgrad eines Sachverhalts erfasst. Die Kategorien lassen sich somit in eine Rangfolge bringen und mit Namen oder Zahlen bezeichnen. Allerdings müssen die Abstände zwischen den einzelnen Kategorien nicht unbedingt gleich sein.

Beispiel

Merkmal	Kategorie
Einkommen	hoch > mittel > gering
Noten einer Klausur	1 besser als 2 besser als 3 besser als 4 besser als 5 besser als 6
Zufriedenheit mit einem Produkt	sehr zufrieden > eher zufrieden > eher unzufrieden > sehr unzufrieden

Für ein ordinal skalierbares Merkmal bestehen Rangordnungen der Art „größer", „kleiner", „mehr", „weniger", „stärker", „schwächer" zwischen je zwei unterschiedlichen Merkmalswerten (z. B. $x > y > z$). Über die Abstände zwischen diesen benachbarten Urteilsklassen ist jedoch nichts ausgesagt. Meist handelt es sich um qualitative Merkmale, wie z. B. der in der Frage gesuchte „höchste erreichbare Bildungsabschluss". Ein weiteres Beispiel sind Schulnoten: Note 1 ist besser als Note 2, ich habe aber keine Auskunft darüber, ob der Unterschied zwischen Note 1 und 2 gleich groß ist wie der zwischen Note 3 und Note 4.

Eine Sonderform der Ordinalskala ist die Rangskala. Hierbei kann jeder Wert nur einmal vergeben werden, z. B. die Erreichung von Rängen im Sport oder die natürliche Ordnung, wie sie im Tierreich oft bei Lebewesen vorkommt, die in sozialen Gruppen leben.

Auf **Intervallskalenniveau** werden Merkmale gemessen, deren Ausprägung sich quantitativ mittels Zahlen darstellen lassen, z. B. die Lufttemperatur in Grad Celsius. Nach Meinung vieler Psychologen liefern standardisierte Tests ebenfalls intervallskalierte Daten (z. B. Tests zur Ermittlung des IQs). Rangunterschiede und Abstände zwischen Werten können gemessen werden, z. B. Person A hat 30 IQ-Punkte mehr als Person B. Die Reihenfolge der Merkmalswerte ist dabei festgelegt, und die Größe des Abstandes zwischen zwei Werten lässt sich sachlich begründen. Als metrische Skala macht die Intervallskala Aussagen über den Betrag der Unterschiede zwischen zwei Klassen. Die Ungleichheit der Merkmalswerte lässt sich durch Differenzbildung quantifizieren (z. B. beim Datum könnte das Ergebnis lauten, „drei Jahre früher"). Der Nullpunkt („nach Christi Geburt") und der Abstand der Klassen (Jahre oder Monde) sind jedoch willkürlich festgelegt.

Die **Ratio- oder Verhältnisskala** liefert Messungen auf dem höchstmöglichen Messniveau. Im Unterschied zur Intervallskala werden hier auch Aussagen über Verhältnisse sinnvoll, z. B. Person A hat doppelt so lange Reaktionszeit wie Person B, Person C besitzt hingegen nur die Hälfte des Einkommens von Person D. Ratioskalen haben einen natürlichen Nullpunkt, z. B. die Kelvin-Temperaturskala oder die Einkommensskala. Die Ratio- oder Verhältnisskala besitzt das höchste Skalenniveau. Bei ihr handelt es sich ebenfalls um eine metrische Skala, im Unterschied zur Intervallskala existiert jedoch ein absoluter Nullpunkt (z. B. Blutdruck, absolute Temperatur, Lebensalter, Längenmaße). Einzig bei diesem Skalenniveau sind Multiplikation und Division sinnvoll und erlaubt. Verhältnisse von Merkmalswerten dürfen also gebildet werden (z. B. $x = y \cdot z$).

Es existieren Merkmale, die sich nicht genau einem Skalenniveau zuordnen lassen. So könnte sich z. B. bei einem Merkmal nicht sicher belegen lassen, dass es intervallskaliert, ist sich aber sicher, dass es mehr als ordinalskaliert ist. In einem solchen Fall könnte eine Interpretation auf einer Intervallskala sinnvoll sein. Eine solche Annahme muss aber bei der Interpretation berücksichtigt werden. Ein Beispiel dafür ist die Bildung von Durchschnitten bei Schulnoten als Ziffern kodiert, die eigentlich ein ordinalskaliertes Merkmal darstellen, weil sie in festen Begriffen definiert sind (sehr gut bis ungenügend). Andere Beispiele sind Uhrzeiten ohne Angabe des Datums (zirkadiane Daten) oder Himmelsrichtungen. Hier lassen sich innerhalb von Teilbereichen Werte ordnen und Abstände messen und mit einer entsprechenden Beschränkung für die Größe von Abständen lassen sich sogar beliebig viele Abstände sinnvoll bzw. eindeutig addieren.

1.3 Häufigkeiten

Ein gängiges deskriptivstatistisches Verfahren ist die Häufigkeitsanalyse. Diese erfordert die Festlegung von Kategorien, die bei diskreten Variablen mit weniger Ausprägungen (z.B. Geschlecht) einfacher ist als bei kontinuierlichen Variablen mit prinzipiell unendlich vielen Ausprägungsmöglichkeiten. Im letzten Fall müssen Kategoriebreiten bzw. -intervalle festgelegt werden, da es bei bestimmten Werten unwahrscheinlich ist, dass sie zwei- oder mehrmals vorkommen. Z. B. können bei der Reaktionszeit einer Verkäuferin auf eine Kundenanfrage per E-Mail (gemessen in Minuten) sehr viele Ausprägungen vorkommen, die eine Intervallbildung erforderlich machen (z. B. 0 bis 60 Minuten).

Der Begriff der **absoluten Häufigkeit** als Maß der deskriptivstatistischen Häufigkeitsanalyse ist gleichbedeutend mit dem umgangssprachlichen Begriff der Anzahl. Die absolute Häufigkeit ist das Ergebnis einer einfachen Zählung von Ereignissen und gibt an, wie viele Elemente mit dem gleichen interessierenden Merkmal gezählt wurden. Als Anzahl kann die absolute Häufigkeit nur eine natürliche Zahl sein und auch nicht negativ werden. Wegen ihres festen Nullpunkts und der festen ganzzahligen Einheiten ist sie eine Absolutskala, d. h. ihr Nullpunkt und die Größe der Einheiten kann nicht sinnvoll verändert werden. Im Gegensatz zur relativen Häufigkeit sind die Werte der absoluten Häufigkeit absolut, sprich unveränderlich. Ihr Wertebereich geht von 0 bis ∞. Wenn bei insgesamt n Beobachtungen eines Zufallsexperiments das Ereignis E insgesamt H_n (E) –mal auftritt, dann heißt diese Größe die absolute Häufigkeit des Ereignisses E.

Neben den absoluten Häufigkeiten lassen sich auch die relativen (oder prozentualen) Häufigkeiten ermitteln, die eine größere Vergleichbarkeit erlauben. Z. B reagieren 20% der Verkäuferinnen innerhalb von 60 Minuten auf eine Kundenanfrage, 50% erst nach ein bis zwei Stunden. Bei mindestens ordinal skalierten Daten können auch die kumulierten Häufigkeiten erfasst werden. Diese gibt z. B. an, wie häufig Werte bis zu einer bestimmten Kategorie (z. B. Reaktionszeit unter zwei Stunden mit 70%) auftauchen. Graphisch lassen sich die Häufigkeiten in Diagrammen darstellen, z. B. in Balken-, Kreisdiagrammen oder Tabellen.

Die deskriptive Statistik versucht Messungen nicht nur graphisch, sondern auch durch Zahlen zu beschreiben. Zu den beschreibenden Statistiken gehören Lageparameter wie Modus (Modalwert), Median und arithmetisches Mittel (Durchschnitt), die in Kap. 3.4 erläutert werden.

Die **relative Häufigkeit** ist ein Maß der deskriptiven Statistik und gibt den Anteil der Elemente einer Menge wieder, bei denen eine bestimmte Merkmalsausprägung vorliegt. Es handelt sich um eine Bruchzahl, die einen Wert zwischen 0 und 1 annimmt. Relative Häufigkeiten werden bezüglich einer zu Grunde liegenden Menge berechnet. Diese Menge kann sowohl eine Grundgesamtheit als auch eine Stichprobe sein. Um die relative Häufigkeit zu definieren, nehmen wir an, dass die zu Grunde liegende Menge n Elemente aufweist. Unter diesen n Elementen tritt $H_n(E)$ mal das Ereignis E auf. Die relative Häufigkeit wird berechnet als die Anzahl der Beobachtungen mit dem Merkmal E dividiert durch die Gesamtzahl aller Elemente in der zu Grunde liegenden Menge. Die relative Häufigkeit ergibt sich daher als $h_n(E) = \frac{H_n(E)}{n}$. $H_n(E)$ wird auch als die absolute Häufigkeit bezeichnet. Im Gegensatz zur relativen Häufigkeit $h_n(E)$ sind sinnvolle Vergleiche zwischen Stichproben (oder Grundgesamtheiten) unterschiedlicher Größe mit der absoluten Häufigkeit $H_n(E)$ in der Regel nicht möglich. Beispiel:

Es werden 120 Menschen befragt, ob sie ein Smartphone besitzen. Das Ergebnis der Umfrage lautet: Von 120 befragten Menschen besitzen 99 ein Smartphone.

Ereignis E: Der Mensch besitzt ein Smartphone.

Die absolute Häufigkeit H des Ereignisses E beträgt in diesem Fall 99. Das ist die Anzahl der Fälle, in denen E eintritt.
Der Stichprobenumfang n beträgt in diesem Fall 120.

Die relative Häufigkeit von E wird angegeben durch $h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0.82$.

Die **kumulierte Häufigkeit** ist ebenfalls ein Maß der Deskriptivstatistik und gibt die Aufsummierung von Kategorienhäufigkeiten an. Genauer gesagt geht es dabei um die Anzahl bestimmter Merkmalsträger (siehe hierzu Kap. 1.4), die kleiner ist als eine bestimmte Schranke. Die Berechnung erfolgt als Summe der Häufigkeiten der Merkmalsausprägungen bis zur entsprechenden Schranke. Für die Durchführung dieser deskriptivstatischen Häufigkeitsanalyse wird Ordinalskalenniveau vorausgesetzt, da die Daten dann nach Größe sortiert werden können und die entsprechenden Schranken einrichtbar sind.

Beispiel:
Absolute, relative und kumulierte Häufigkeiten des Alters von Mitarbeitenden in einer firmenweiten Arbeitsgruppe zum Gesundheitsmanagement

Intervall	**Absolute Häufigkeit**	**Relative Häufigkeit**	**Kumulierte relative Häufigkeit**
25-27	9	0.45	0.45
28-30	8	0.40	0.85
31-33	2	0.10	0.95
34 und älter	1	0.05	1.00
Σ	20	1.00	

Mit Hilfe der kumulierten Häufigkeit können im Beispiel Aussagen darüber getroffen werden, wie viele Mitarbeitende unter oder bis 30 Jahre an der firmenweiten Arbeitsgruppe zum Gesundheitsmanagement teilnehmen.

1.4 Lageparameter

Eine Möglichkeit der deskriptiven Datenauswertung besteht in der Angabe spezieller Parameter, die die Ausprägung einer Variablen in der Stichprobe oder der Vollerhebung angeben. Die wichtigsten Lageparameter sind der Modalwert (Modus), der Median und das arithmetische Mittel. Lageparameter sind wichtig, um die Existenz eines Zentrums oder der sog. Mitte in einer eindimensionalen Häufigkeitsverteilung genau charakterisieren zu können. Sie können als zusätzliche Informationen zur Beschreibung von Verteilung dienen, aber auch zum Vergleich verschiedener Verteilungen herangezogen werden. Bei der Charakterisierung der verschiedenen Lageparameter kann man unterschiedlichen Aspekten folgen und deshalb zu einer Reihe von sich ergänzenden Ansätzen gelangen. Die Unterschiede sowie Beispiele der einzelnen Lageparameter sollen im Folgenden aufgezeigt und erläutert werden.

Der Modalwert (**Modus**) ist ein einfaches Maß der zentralen Tendenz. Er bezeichnet den häufigsten Wert unter allen Beobachtungen. Dies setzt zumindest gruppierte und auch geordnete Daten voraus, d.h. der Modalwert kann für nominalskalierte Daten und alle höheren Skalenniveaus berechnet werden. Der Modus ist die Beobachtung, die die größte absolute Häufigkeit aufweist (Litz/Rosemann 2010, S. 3). Eine Verteilung mit nur einem Modalwert wird unimodal genannt, eine Verteilung mit zwei Modalwerten bimodal. Beispiel:

Kundinnen und Kunden sollen ein Produkt hinsichtlich seiner Haltbarkeit auf einer Skala von 1 (geringe Haltbarkeit) bis 4 (hohe Haltbarkeit) beurteilen. Die meisten Kundinnen und Kunden geben eine 3 an, d.h. der Modalwert ist 3 und die Verteilung wäre unimodal. Es kann vorkommen, dass mehrere Modalwerte existieren, etwa wenn die die Kundinnen und Kunden die Kategorien 3 und 4 gleich häufig angeben. Dann wäre die Verteilung bimodal.

Kommen in einer Verteilung zwei Werte gleich häufig vor wird das arithmetische Mittel bestimmt, ansonsten wird auf die Angabe des Modalwertes verzichtet. Der Modus ist unempfindlich gegenüber Extremwerten.

Beispiel:

Urliste des Alters von Mitarbeitenden in einem Startup	Nach Größe geordnete Liste der Werte
18 22 23 24 19 20 20 18 23 22 21 29 18 19 22 24 30 22 21 18	18 18 18 18 19 19 20 20 21 21 22 22 22 22 23 23 24 24 29 30
Modus: $\frac{((4 \cdot 18)+(4 \cdot 22))}{8} = \frac{160}{8} = 20$	

Liegen erhobene metrische Datenreihen einer Urliste in Gruppen/Klassen vor, so ist es möglich, den Modalwert (Modus) aus diesen klassierten Daten graphisch zu bestimmen. Dafür ist notwendig, dass jeder Wert einer Gruppe/Klasse zugeordnet wird. Alle Werte befinden sich innerhalb der oberen oder unteren Klassengrenzen. Die jeweilige Differenz bezeichnet man dabei als die Klassenbreite. Die Klassenmitte wird durch den zur weiteren Analyse genutzten repräsentativen Wert einer Klasse abgebildet. Im Folgenden wird die Feinberechnung des Modalwertes (Modus) vorgestellt. Die Formel lässt sich aus der dabei zugrunde gelegten Graphik (siehe Abb. 1) über den Strahlensatz ableiten (vgl. Litz, 2003, 79) und lautet:

$$Mod = L_{Mod} + c_{Mod} \cdot \left(\frac{f^d_{Mod} - f^d_{Mod-1}}{2 \cdot f^d_{Mod} - (f^d_{Mod-1} + f^d_{Mod+1})} \right)$$

Es gelten die folgenden Bezeichnungen: L_{Mod} = Untere Klassengrenze der Modalklasse, C_{Mod} = Klassenbreite der Modalklasse, f^d_{Mod}= Häufigkeitsdichte der Modalklasse, f^d_{Mod-1} = Häufigkeitsdichte der unterhalb der Modalklasse liegenden Klasse, f^d_{Mod+1}= Häufigkeitsdichte der auf die Modalklasse folgenden Klasse.

Dabei ist die Modalklasse diejenige, in der sich die größte Häufigkeitsdichte f_i^d findet. Handelt es sich dabei um die erste oder letzte Klasse, so ist f^d_{Mod-1} gleich Null zu setzen. Grundsätzlich kann anstelle der Häufigkeitsdichten f_i^d auch mit den modifizierten Häufigkeitsdichten $f_i^{\tilde{d}}$ gerechnet werden.

Beispiel zur rechnerischen und graphischen Ermittlung des Modus:

Es wurden folgende Werte ermittelt:

Wartezeit in Minuten von... bis unter...	f_i	Klassenbreite c_i	f_i^d	$f_i^{\tilde{d}}$
1-5 Min.	1	4	0.25	0.5
5-10 Min.	2	5	0.4	0.8
10-12 Min.	4	2	2	4
12-14 Min.	2	2	1	2
14-20 Min.	1	6	0.1667	0.3334

Quelle: Viles Universität Oldenburg 2014

Die modale Klasse betrifft die dritte Zeile, da sich hier der höchste Wert für f_i^d und $f_i^{\tilde{d}}$ wiederfindet. Die Berechnung erfolgt durch Einsetzen der Werte in die obige Formel:

$$Mod = 10 + 2 \cdot \left(\frac{4 - 0.8}{2 \cdot 4 - (0.8 + 2)} \right) = 10 + 2 \cdot 0.6154 = 10 + 1.2308 = 11.2308$$

Die häufigste Wartezeit der Patienten liegt bei 11.2308 Minuten.

In Abb. 1 wird die graphische Ermittlung dargestellt. Zunächst wird die modale Klasse ausgewählt, die den höchsten Balken im Histogramm aufweist. Dann werden von den Ecken der Oberkanten der modalen Klasse die Diagonalen auf die Oberkanten der Nachbarklassen gezogen. Der Schnittpunkt der Linien teilt die

Klassenbreite im Verhältnis der Häufigkeitsdichten der beiden Nachbarklassen auf. Den Modus erhält man, wenn man ein Lot von dem Schnittpunkt auf die X-Achse fällt.

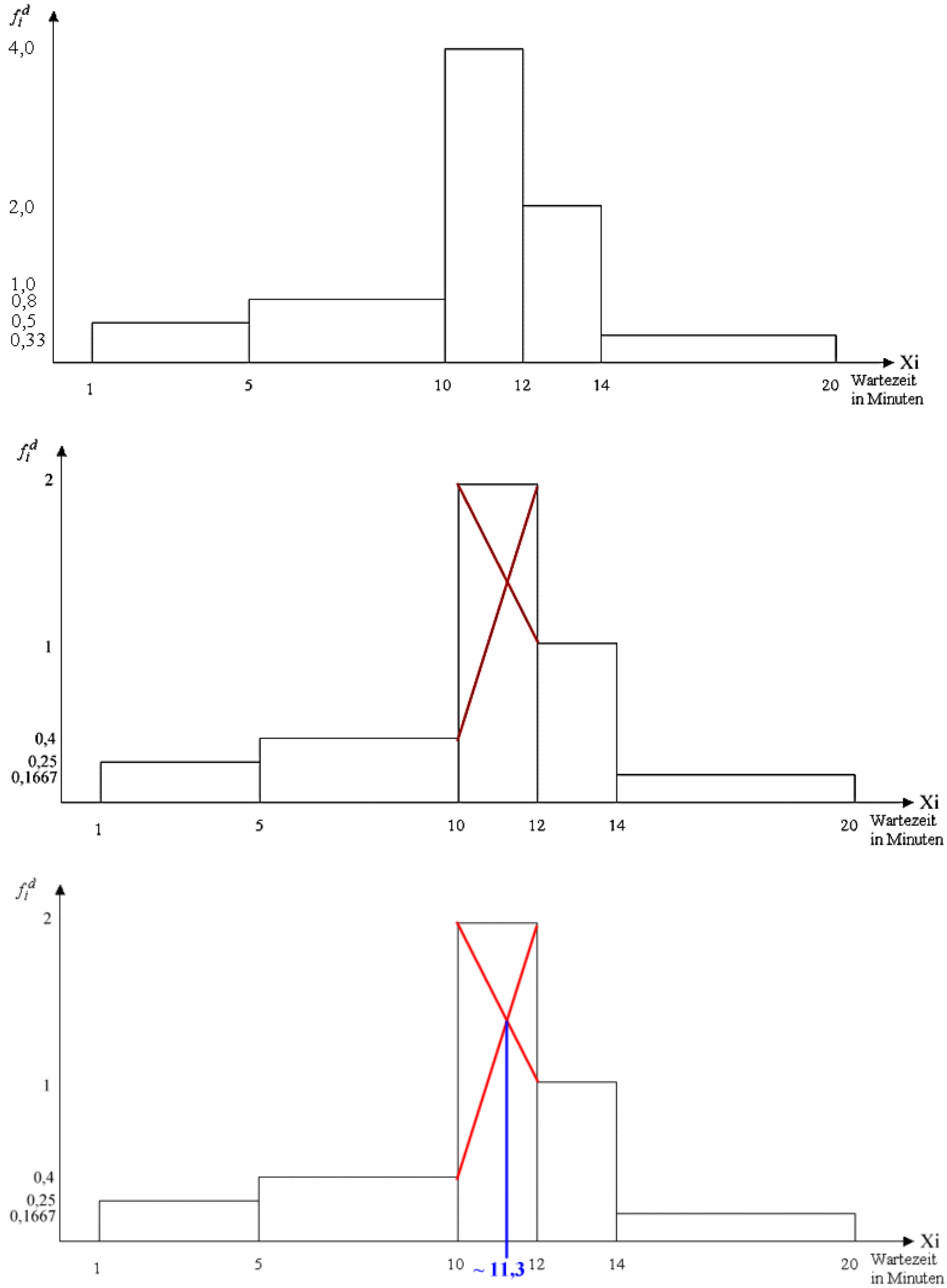

Abb. 1: Histogramme zur graphischen Berechnung des Modus, Quelle: Viles Universität Oldenburg 2014

Der **Median** teilt eine geordnete Reihe von Beobachtungen in zwei gleich große Teile und setzt dazu mindestens ordinalskalierte Daten voraus, die der Größe nach sortiert werden. Es liegen dann 50 % der Beobachtungen unter und 50 % der Werte über dem Median. Beispiel:

> Es wurden in einer Beobachtungsreihe die folgenden 11 Werte erhoben: 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9. Es liegen genau fünf Werte über und fünf unter 5, deshalb entspricht der Median dem Messwert 5. Nur bei einem ungeraden N ist der Median deshalb der tatsächliche Wert 5. Bei einem geraden N hingegen wäre der Median das arithmetische Mittel zweier benachbarter Messwerte. In der Beobachtungsreihe 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 9 existiert der Median mit 6,5. Man ermittelt ihn durch die Rechenoperation von (6 + 7) / 2. (Quelle: Litz/Rosemann 2010, S. 4).

Der **Median** ist der Messwert, der die aufsteigend angeordneten Messwerte in zwei gleich große Bereiche teilt, d.h. es müssen mindestens orinalskalierte Daten vorliegen. Bei einer ungeraden Anzahl von Messwerten gibt es genau einen Wert, der diese Bedingung erfüllt. Bei einer geraden Anzahl von Werten wird das arithmetische Mittel aus den beiden mittleren Werten gebildet. Der Median berücksichtigt alle Messwerte und ist robust gegen Ausreißer. Beispiel:

Urliste des Alters von Mitarbeitenden in einem Startup	Nach Größe geordnete Liste der Werte
18 22 23 24 19 20 20 18 23 22 21 29 18 19 22 24 30 22 21 18	18 18 18 18 19 19 20 20 21 21 22 22 22 22 23 23 24 24 29 30
Median: $\frac{(21+22)}{2} = \frac{43}{2} = 21{,}5$	

Im obigen Beispiel existieren insgesamt neun Gruppen/Klassen mit den Werten 18=4 Ausprägungen, 19=2 Ausprägungen, 20=2 Ausprägungen, 21=2 Ausprägungen, 22=4 Ausprägungen, 23=2 Ausprägungen, 24=2 Ausprägungen, 29=1 Ausprägung, 30=1 Ausprägung. Der Median lässt sich im Beispiel nicht einklassieren und ist auf Grund seiner Lage genau zu bestimmen ist. Die näherungsweise Ermittlung des feinberechneten Medians für klassiertes Datenmaterial ist recht aufwändig, soll aber im Folgenden gezeigt werden. Die Formel für den feinberechneten Median folgt wieder einer graphischen Bestimmung des Medians mit Hilfe des Summenpolygons (Litz 2003):

$$Med = L_{Med} + c_{Med} \cdot \left(\frac{\frac{N}{2} - (\sum f) L_{Med}}{f_{Med}} \right)$$

Dabei gilt folgendes: L_{Med}= Untergrenze der medianen Klasse, c_{Med}= Klassenbreite der medianen Klasse, $(\sum f)L_{Med}$= Summe der Häufigkeiten unterhalb der medianen Klasse, f_{Med}= Häufigkeit in der medianen Klasse.

Die mediane Klasse ist dabei diejenige Klasse, in der der Median der nicht klassierten Daten liegt.

Beispiel zur rechnerischen und graphischen Ermittlung des Medians:

Aus der Wartezeitentabelle wird zunächst die mediane Klasse bestimmt. Dies ist jene Klasse, in welcher der Index i von den Werterreich X_i den Wert $^N/_2$ überschreitet. Dazu ist es hilfreich, auf der Basis der absoluten Häufigkeiten eine Arbeitstabelle zu bilden und die kumulierten Häufigkeiten zu berechnen.

Wartezeit in Minuten von... bis unter...	fi	Klassenbreite c_i	$f_i \uparrow$
1-5	1	4	1
5-10	2	5	3
10-12	4	2	7
12-14	2	2	9
14-20	1	6	10

Quelle: Viles Universität Oldenburg

Die mediane Klasse ist hier die dritte, da erst dort der N/2 also 5 erreicht bzw. überschritten wird. Nun setzt man die Werte in die obige Formel ein und erhält:

$$Med = 10 + 2 \cdot \left(\frac{\frac{10}{3} - 3}{4} \right) = 10 + 2 \cdot 0.5 = 11$$

Die Hälfte der Patienten wartet mehr als 11 Minuten bis zur Behandlung, die andere Hälfte weniger als 11 Minuten. Die graphische Bestimmung des Medians erfolgt mit Hilfe des Summenpolygons, wie in Abb. 2 (Litz 2003):

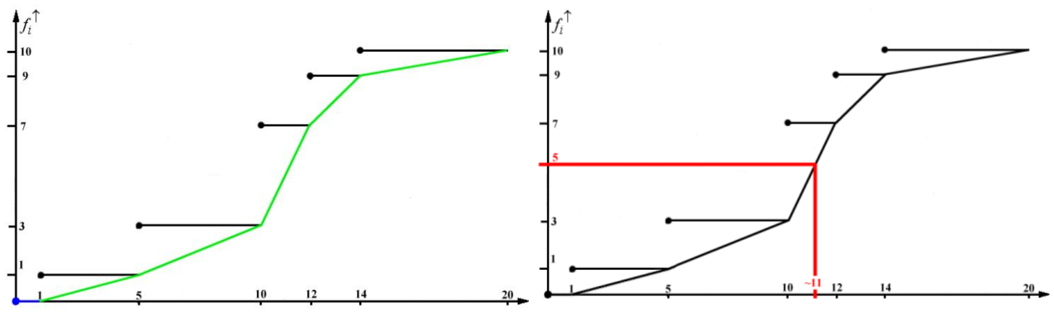

Abb. 2: Graphische Bestimmung des Medians, Quelle: Viles Universität Oldenburg

Zunächst wird auf der Y-Achse der N/2-Wert gesucht, der hier 5 ist. Von dort aus zieht man eine waagerechte Linie, bis diese das Summenpolygon trifft. Der Median ist der Wert auf der X-Achse, an dem das Lot auf den Schnittpunkt die Achse trifft. Wie beim Modalwert (Modus) ist der rechnerische Median dem graphischen Median vorzuziehen, da Zeichnungen naturgemäß ungenauer sind. Sowohl Modalwert (Modus) als auch Median sind unempfindlich gegenüber Ausreißern.

Im Folgenden wird nun der dritte wichtige und am häufigsten verwendete Lageparameter vorgestellt. Das **arithmetische Mittel** $\bar{X}$ bezeichnet man, umgangssprachlich als „Durchschnitt". Er drückt aus, welcher Wert sich ergibt, wenn alle Merkmalsbeträge (z.B. die Steuerlasten unterschiedlicher Betriebe) in einen Topf geworfen und danach zu gleichen Beträgen wieder zugeteilt würden (Litz/Rosemann 2010, S. 6-7).. Vor allem in kleinen Stichproben sind Mittelwerte extrem anfällig für Ausreißer, d.h. ein sehr hoher oder sehr niedriger Wert im Datensatz verändert das arithmetische Mittel sehr stark. Außerdem können gleichen Mittelwerten ganz unterschiedliche Verteilungen von Werten zu Grunde liegen. Der Lageparameter $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ bezeichnet rechnerisch das **arithmetische Mittel**. Alle Werte werden aufsummiert und anschließend durch die Anzahl der Fälle dividiert. Kommen Messwerte mehr als einmal vor gibt es nur $k < n$ verschiedene Werte, d.h. diese müssen nicht einzeln addiert, sondern können mit ihrer jeweiligen Häufigkeit f_i multipliziert werden.

Beispiel:

Fiktive Urliste des Alters von Mitarbeitenden in einem Startup	Nach Größe geordnete Liste der Werte
18 22 23 24 19 20 20 18 23 22 21 29 18 19 22 24 30 22 21 18	18 18 18 18 19 19 20 20 21 21 22 22 22 22 23 23 24 24 29 30
Arithmetisches Mittel: $(4 \cdot 18) + (2 \cdot 19) + (2 \cdot 20) + (2 \cdot 21) + (4 \cdot 22) + (2 \cdot 23) + (2 \cdot 24) + 29 + 30 \div 20 = \frac{433}{20} = 21.65$	

Aus dem obigen Beispiel ergibt sich ein arithmetisches Mittel, das sich nicht in einen Klassenbereich einordnen lässt. Wieder ist zu beachten, dass die Berechnung aus nicht-klassierten Daten zu einem genauen Ergebnis, die aus klassierten Daten zu einem annähernden Ergebnis führt (Litz 2003).

Die bisher präsentierten Maßzahlen sind Mittelwerte. Ihre Aussagen beziehen sich entsprechend ihrer Modelllogik auf verschiedene Aspekte der Realität. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, soweit es vom Skalenniveau her zulässig ist, möglichst alle Mittelwerte zur Charakterisierung einer Häufigkeitsverteilung einzusetzen. In der folgenden Tab. 1 finden Sie die zulässigen Operationen zwischen den zuvor vorgestellten Lageparametern und den Skalenniveaus.

	Zulässige Rechenoperationen		
Skalenniveau, Zielsetzung und Bsp.	Modalwert (Modus)	Median	arithmetisches Mittel
Nominalskalenniveau dient der Klassifikation und Identifikation von Untersuchungsobjekten Bsp. Zuordnung des Geschlechts in 1=männlich und 2=weiblich)	(x)	-	-
Ordinalskalenniveau ordnet die Untersuchungsobjekte nach ihrem Rang, sagt jedoch nichts über das Ausmaß der Unterschiede aus. Bsp. Schulnote 3 ist besser als Schulnote 4	x	x	-
Intervallskalierung setzt eine Maßeinheit voraus, sodass der Abstand zwischen zwei Zahlen oder deren Differenz eine Bedeutung bekommt. Es existiert kein natürlicher Nullpunkt. Bsp. Temperaturmessung in Grad Celsius Verhältnisskalierung bildet das höchste Skalenniveau und hat im Vergleich zur Intervallskala zusätzlich einen eindeutig festgelegten Nullpunkt Bsp. Höchstgeschwindigkeit eines Elektroautos	x	x	x

Tab. 1: Skalenniveaus und zulässige Rechenoperationen (Quelle: in Anlehnung an Litz 2003)

Aus dem Verhältnis der drei Lageparameter zueinander kann man auf die Form einer Verteilung schließen. Dies wird in der unteren Abb. 3 dargestellt. Bei einer linkssteilen (oder rechtsschiefen) Verteilung liegt die häufigste Ausprägung weit links, deshalb ist der Modus der kleinste der drei Werte. Der Median, der die Verteilung halbiert, liegt in der Mitte und ist deshalb größer als der Modus. Das arithmetische Mittel reagiert auf die wenigen Ausreißer am rechten Rand der Verteilung und ist deshalb nochmals größer als der Median. Bei einer rechtssteilen (oder linksschiefen) Verteilung kehrt sich die Reihenfolge um. Bei einer symmetrischen Verteilung fallen Median, Modus und arithmetisches Mittel zusammen.

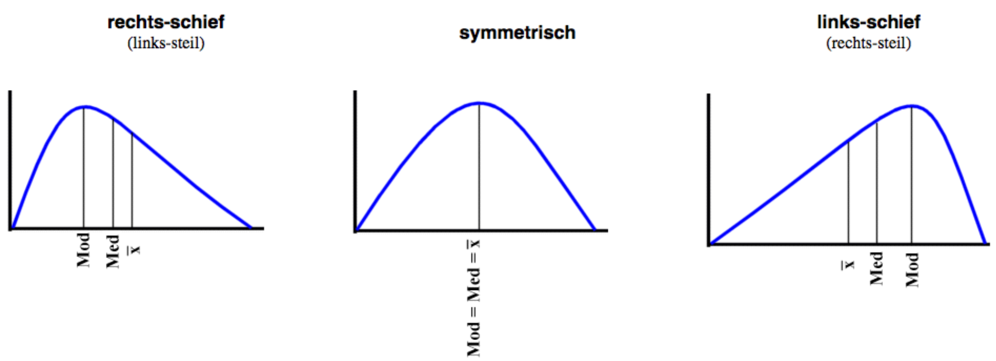

Abb. 3: Darstellung der rechts- und linksschiefen sowie symmetrischen Verteilung und die Eigenschaften von Modus, Median und arithmetischem Mittel, Quelle: Viles Universität Oldenburg 2014.

1.5 Streuungsparameter

Während Lageparameter über die zentrale Tendenz einer Verteilung Auskunft geben, erhält man mit Streuungsmaßen Informationen darüber, wie homogen oder heterogen eine Verteilung ist. Diese Informationen können z. B. in Box-Plot-Diagrammen abgebildet werden. Das einfachste Streuungsmaß ist die **Variationsweite (Spannweite)**. Es handelt sich dabei um eine einfache Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Messwert, der direkt aus der Verteilung abgelesen werden kann. Die Variationsweite basiert lediglich auf zwei Messdaten, ist extrem anfällig für Ausreißer und wertet lediglich zwei Werte aus. Man errechnet diese wie folgt: $X_n - X_1$. Dabei gilt: X_1ist der niedrigste und X_N ist der höchste Wert.

Um alle Werte einer statistischen Reihe in ein Streuungsmaß eingehen zu lassen, könnte man versuchen, die durchschnittliche Abweichung der Beobachtungswerte von ihrem Mittelwert zu berechnen (Schira 2009, S. 52). Man wird allerdings feststellen, dass sich wegen der Zentraleigenschaft des arithmetischen Mittels die positiven und negativen Abweichungen gerade ausgleichen, so dass als Ergebnis stets Null herauskäme. Um dem zu entgehen und ein Maß für die Streuung der Einzelwerte zu erhalten, könnte man die Absolutbeträge der Abweichungen betrachten. Die sog. mittlere absolute Abweichung $\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left|x_j - \bar{x}\right|$ wird als das arithmetische Mittel der Beträge der Abweichungen der Merkmalswerte von ihrem Mittelwert berechnet (Schira 2009, S. 52).

Die **Varianz**

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x}\,)^2$$

ist das quantitative Maß für die Unterschiedlichkeit (Variabilität) von Messwerten. Sie entspricht der durchschnittlichen quadrierten Abweichung der Messwerte von ihrem Mittelwert. Sind alle Messwerte identisch, dann nimmt die Varianz den Wert 0 an. Man bezeichnet sie auch als durchschnittliches Abweichungsquadrat. Problematisch ist dabei, dass die Maßeinheit durch das Quadrieren verloren geht. Um aus der Varianz eine lineare Maßzahl zu erreichen, zieht man aus der Varianz die Quadratwurzel und erhält die Standardabweichung.

Die **Standardabweichung** ist die positive Wurzel aus der Varianz und wird mit

$$s = \sqrt{s^2 \;=\; \sqrt{\tfrac{1}{n}}\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^2}$$

berechnet. Sie ist ein Maß dafür, wie gut der Mittelwert die Daten repräsentiert. Die Standardabweichung besitzt immer die gleiche Maßeinheit wie das zu untersuchende Merkmal, weshalb im Vergleich zur Varianz eine Interpretation einfacher ist. Eine kleinere Standardabweichung gibt an, dass die gemessenen Ausprägungen eines Merkmals eher enger um den Mittelwert liegen, eine größere Standardabweichung gibt eine stärkere_Streuung an. Für normalverteilte Merkmale gilt die Regel, dass innerhalb der Entfernung einer Standardabweichung nach oben und unten vom Mittelwert rund 68 Prozent alle Antwortwerte liegen (siehe

Abb. 4). Im Umkreis von zwei Standardabweichungen sind es rund 95 Prozent aller Werte. Bei größeren Abweichungen spricht man von Ausreißern.

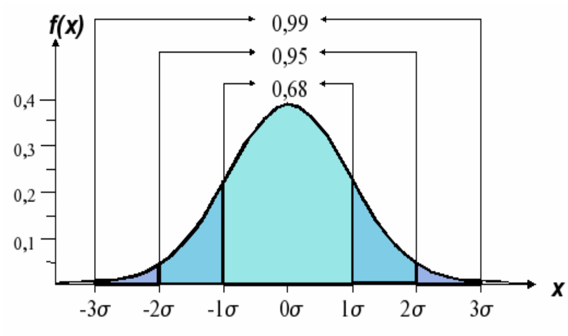

Abb. 4: Bereiche unter der Normalverteilung (Quelle: Viles Universität Oldenburg 2014

Beispiel:

Für die diskrete statistische Variable X sei die folgende Verteilung erhoben worden:

x_j: 4, 5, 6

$h(x_j)$: ¼, ½, ¼

Der Mittelwert ist gleich 5. Die Varianz berechnet sich wie folgt:

$$s_X^2 = (4-5)^2\left(\frac{1}{4}\right) + (5-5)^2\left(\frac{1}{2}\right) + (6-5)^2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Die Standardabweichung berechnet sich wie folgt:

$$s_X = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$$

Schlüsselwörter:

Absolute Häufigkeit, Arithmetisches Mittel, Grundgesamtheit, Intervallskala, Relative Häufigkeit, Median, Merkmal, Messbarkeit, Nominalskala, Modus, Ordinalskala, Skalen, Spannweite, Standardabweichung, statistische Einheit, statistische Masse, Varianz

Literatur zur Vertiefung:

- Assenmacher (2010)
- Krämer (2003)
- Litz(2003)
- Schwarze (2009)