

Mathematik-Wettbewerb

Tag der Mathematik 2018

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Homer, Lisa und Bart spielen Ballabwerfen, und zwar nach folgenden Regeln:

- Wer getroffen wird, scheidet aus, und wer als letzter übrigbleibt, gewinnt.
- Wer dran ist, darf auf einen der beiden anderen werfen oder aussetzen.
- Die Reihenfolge ist Homer, Lisa, Bart, Homer,...(und abwechselnd, nachdem einer ausgeschieden ist).

Wenn Lisa wirft, trifft sie immer, Bart trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$, und Homer nur mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$. Alle tun ihr bestes um zu gewinnen. Homer fängt an. Was sollte er zuerst tun, um möglichst im Spiel zu bleiben? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: (10 Punkte)

- (a) Sei $x \geq 0$ eine ganze Zahl. Welcher Rest kann bei ganzzahliger Division von x^2 durch 4 übrigbleiben?
- (b) Finden Sie entweder alle ganzen Zahlen $x, y \geq 0$ welche die Gleichung

$$x^2 + y^2 = 12003$$

erfüllen, oder begründen Sie, dass es keine gibt.

Aufgabe 3: (10 Punkte)

Um die Robustheit eines Smartphones zu testen, wollen Sie den höchstmöglichen Stock eines 10-stöckigen Hochhauses bestimmen, aus dem es noch unversehrt einen Sturz in die Tiefe übersteht. Dazu nehmen Sie zwei baugleiche Modelle mit, die Sie aus den Fenstern fallen lassen können, bis sie kaputt gehen. Wie können Sie mit möglichst wenig Versuchen den höchstmöglichen Stock garantiert ermitteln? Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise und geben Sie an, wieviele Versuche Sie benötigen. (Je kleiner die Anzahl an Versuchen ist, umso mehr Punkte erhalten sie.)

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Im Inneren eines Rechtecks sind n Punkte gegeben. Das Rechteck wird nun so in sich nicht überschneidende Dreiecke zerlegt, dass alle n Punkte und die 4 Ecken des Rechtecks die Ecken der Dreiecke bilden (das Bild verdeutlicht den Fall $n = 3$). Wie viele Dreiecke entstehen?

