

Fadenpendel

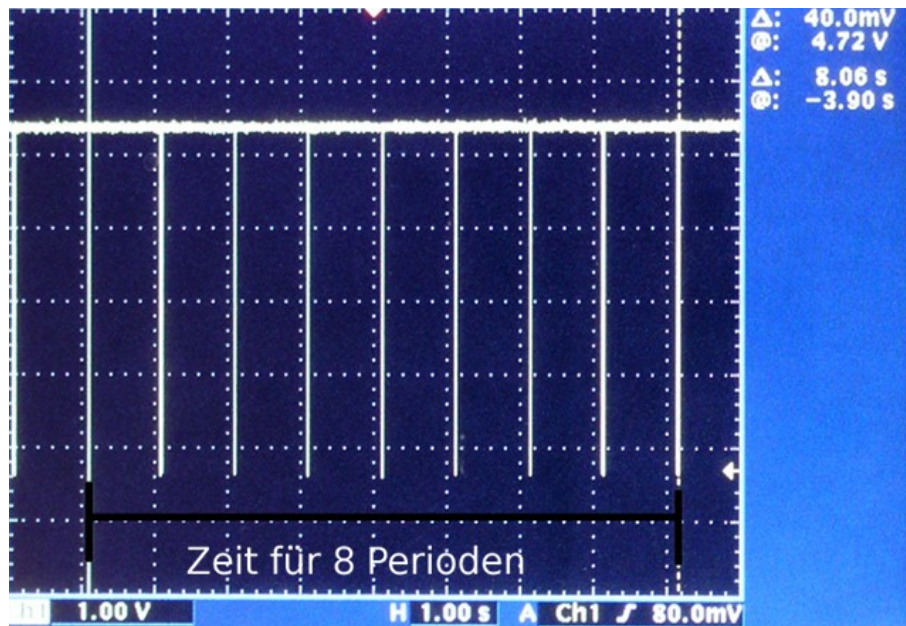


Abb. 1: Messung der Periodendauer mit dem Oszilloskop

Geräteliste:

Massen an unterschiedlich langen Fäden, Stativmaterial, Lichtschranke, Speicheroszilloskop

Versuchsbeschreibung:

Mit unterschiedlichen Massen und Fäden verschiedener Länge wird das Verhalten eines Fadenpendels untersucht. Welche Parameter spielen eine Rolle, wie kann das Verhalten mathematisch beschrieben werden? Ein erster Versuch zur Heranführung an Differentialgleichungen...

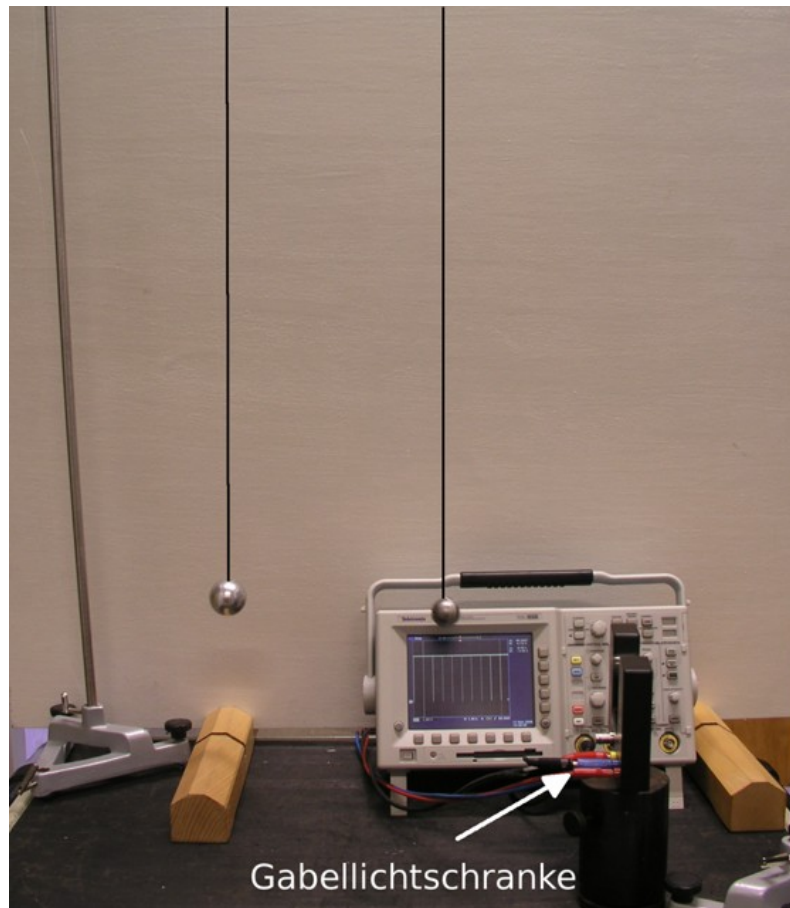


Abb. 2: Aufbau zur Messung der Periodendauer

Die Fadenlänge von 1 m führt zu einer Periodendauer von 2 s .

Bemerkungen:

Pendel gleicher Länge und unterschiedlicher Masse pendeln mit der gleichen Periodendauer, ihre Schwingungsfrequenz läuft nur wenig auseinander aufgrund der endlichen Ausdehnung der Massen und der dadurch doch letztlich doch leicht unterschiedlichen Länge Massenschwerpunkt \leftrightarrow Befestigung.

Die Beschreibung einer Pendelbewegung erfolgt über die antreibende Kraft $m \cdot g$ die das Pendel aus der Auslenkung A in die negative y -Richtung bewegt. Am Faden aufgehängt resultiert eine Bahn auf einem Kreissegment.

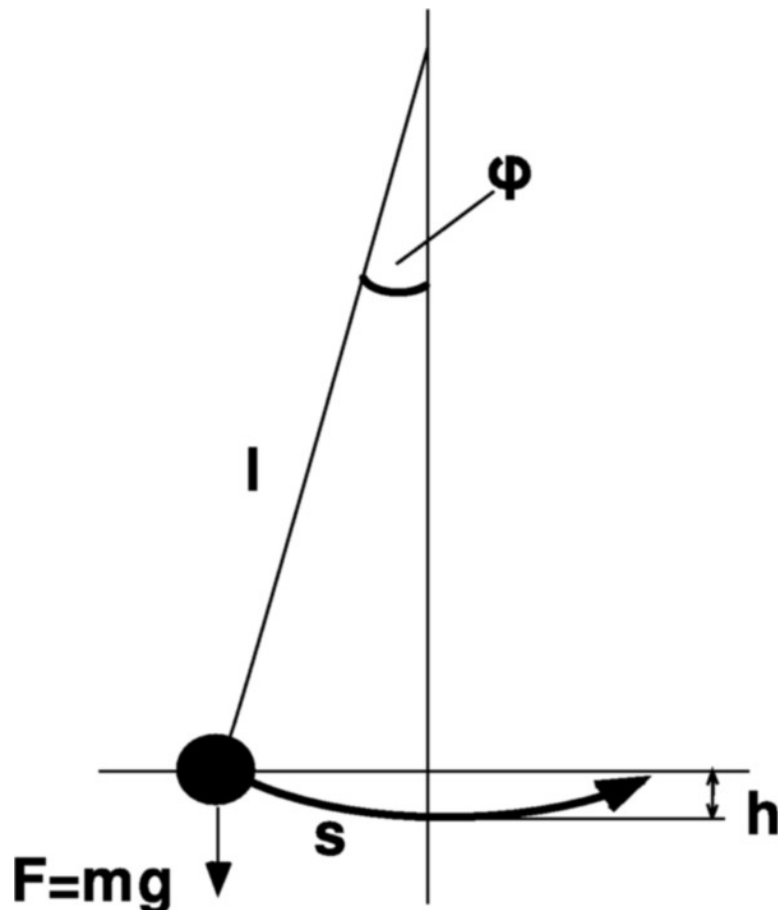


Abb. 3: Schema zur Pendelbewegung

Eine einfache Beschreibung ist durch die Wahl von Polarkoordinaten möglich. Auf eine ausgelenkte Masse wirkt das Moment $M = m g l \sin \varphi$. Das Moment ist aber auch über die Winkelbeschleunigung mit dem Trägheitsmoment verknüpft:

$$M = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cdot J$$

Das Gleichsetzen liefert die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cdot J + m g l \varphi = 0$$

wobei hier für kleine Auslenkungen $\sin \varphi \approx \varphi$ gesetzt wird. Für das Trägheitsmoment gilt $J = m l^2$. Dadurch erhält die Gleichung folgende Form

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \varphi = 0 \quad ,$$

und kann durch den Ansatz $\varphi(t) = \sin \omega t$ gelöst werden. Durch einsetzen und identifizieren von $\omega = \frac{2\pi}{T}$ resultiert für die Periodendauer $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, also

die Unabhängigkeit von der Masse und die Vergrößerung von T wie im Experiment festgestellt.