Prof. Dr. B. Vertman
M. Wunderlich

WS 2015/2016
WWU Münster

Übungen zur Funktionentheorie
Serie 4

Aufgabe 14 (5 Punkte)**.** Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen, $f : U \to \mathbb{C}$ holomorph. Zeigen Sie:

a) Ist für $r > 0$ $\overline{B_r(z_0)} \subset U$ für $z_0 \in U$, so gilt

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(z_0 + re^{it})dt.$$

b) Gibt es $z_0 \in U$ so, dass $|f|$ ein lokales Maximum besitzt, so ist f bereits auf einer Umgebung konstant.

Aufgabe 15 (5 Punkte)**.** Sei $f : U \to \mathbb{C}$ holomorph, $f(z_0) = 0$, $f'(z_0) \neq 0$. Dann existiert ein $\varepsilon > 0$, so dass

$$\int_{|z-z_0|=\varepsilon} \frac{1}{f(z)} dz = 2\pi i \frac{1}{f'(z_0)}.$$

Aufgabe 16 (5 Punkte)**.** Sei $U \subset \mathbb{C}$ konvex und offen, $f : U \to \mathbb{C}$ holomorph. Beweisen Sie, dass f bereits injektiv ist, sobald $\mathrm{Re}(f')(z) \neq 0$ für alle $z \in U$ oder $\mathrm{Im}(f')(z) \neq 0$ für alle $z \in U$ ist.

Aufgabe 17 (5 Punkte)**.** Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cos(ax) e^{-x^2} dx.$$

Abgabe der Lösungen zu diesem Blatt bis Freitag, den 20. November 2015, um 10.00 Uhr, in den Briefkästen im Hörsaalgebäude.