

Risiko - Darf's ein bisschen mehr sein?

Marcus C. Christiansen | 30. August 2018 | Tag der Mathematik

Bitte einloggen in WLAN 'TDM2018' für interaktive Fragen!

Klaras & Peters Schulweg

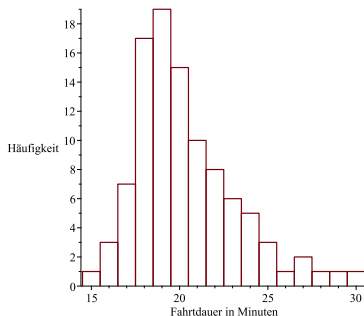
Die Geschwister Klara & Peter müssen um 8:00 Uhr in der Schule sein. Wann sollten sie von zu Hause losfahren?



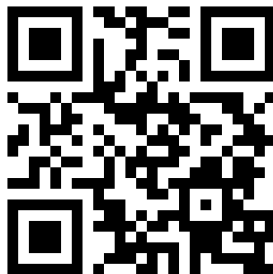
Klaras & Peters Schulweg

Die Geschwister Klara & Peter müssen um 8:00 Uhr in der Schule sein. Wann sollten sie von zu Hause losfahren?

beobachtete Fahrtauern der letzten 100 Tage



WLAN 'TDM2018'
<http://etc.ch/jo8x>



Klaras & Peters Schulweg

Stochastische Modellierung

- ▶ beobachtete Fahrtzeiten: $t \in \{15, \dots, 30\}$
- ▶ absolute Häufigkeit von Fahrtzeit t : $H(t)$
- ▶ relative Häufigkeit von Fahrtzeit t : $h(t) = \frac{H(t)}{100}$
- ▶ zukünftige zufällige Fahrtzeiten: T

Wahrscheinlichkeit nach Richard von Mises

Wahrscheinlichkeit für eine Fahrtzeit von t Minuten

$$P(T = t) \approx h(t)$$

Klaras & Peters Schulweg

Stochastische Modellierung

- ▶ beobachtete Fahrtzeiten: $t \in \{15, \dots, 30\}$
- ▶ absolute Häufigkeit von Fahrtzeit t : $H(t)$
- ▶ relative Häufigkeit von Fahrtzeit t : $h(t) = \frac{H(t)}{100}$
- ▶ zukünftige zufällige Fahrtzeiten: T

Wahrscheinlichkeit nach Richard von Mises

Wahrscheinlichkeit für eine Fahrtzeit von t Minuten

$$P(T = t) \approx h(t)$$

Klaras & Peters Schulweg

Stochastische Modellierung

- ▶ beobachtete Fahrtzeiten: $t \in \{15, \dots, 30\}$
- ▶ absolute Häufigkeit von Fahrtzeit t : $H(t)$
- ▶ relative Häufigkeit von Fahrtzeit t : $h(t) = \frac{H(t)}{100}$
- ▶ zukünftige zufällige Fahrtzeiten: T

Wahrscheinlichkeit nach Richard von Mises

Wahrscheinlichkeit für eine Fahrtzeit von t Minuten

$$P(T = t) \approx h(t)$$

Klaras & Peters Schulweg

Stochastische Modellierung

- ▶ beobachtete Fahrtzeiten: $t \in \{15, \dots, 30\}$
- ▶ absolute Häufigkeit von Fahrtzeit t : $H(t)$
- ▶ relative Häufigkeit von Fahrtzeit t : $h(t) = \frac{H(t)}{100}$
- ▶ zukünftige zufällige Fahrtzeiten: T

Wahrscheinlichkeit nach Richard von Mises

Wahrscheinlichkeit für eine Fahrtzeit von t Minuten

$$P(T = t) \approx h(t)$$

Klaras & Peters Schulweg

Stochastische Modellierung

- ▶ beobachtete Fahrtzeiten: $t \in \{15, \dots, 30\}$
- ▶ absolute Häufigkeit von Fahrtzeit t : $H(t)$
- ▶ relative Häufigkeit von Fahrtzeit t : $h(t) = \frac{H(t)}{100}$
- ▶ zukünftige zufällige Fahrtzeiten: T

Wahrscheinlichkeit nach Richard von Mises

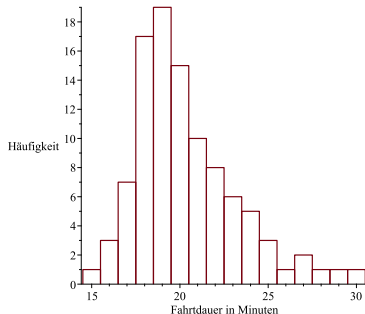
Wahrscheinlichkeit für eine Fahrtzeit von t Minuten

$$P(T = t) \approx h(t)$$

Fahrtzeitplanung:

$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

- (a) **Best-Case:** $x = 15$
 $\min\{x : P(T = x) > 0\}$
- (b) **Worst-Case:** $x = 30$
 $\max\{x : P(T = x) > 0\}$
- (c) **Modalwert:** $x = 19$
 Maximalstelle von $P(T = x)$ in x
- (d) **Median (50%-Quantil):** $x = 20$
 x so dass $P(T < x) \leq 0.5 \leq P(T \leq x)$



Fahrtzeitplanung:

$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(a) **Best-Case:** $x = 15$

$$\min\{x : P(T = x) > 0\}$$

(b) **Worst-Case:** $x = 30$

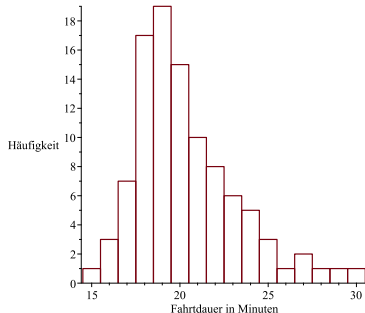
$$\max\{x : P(T = x) > 0\}$$

(c) **Modalwert:** $x = 19$

Maximalstelle von $P(T = x)$ in x

(d) **Median (50%-Quantil):** $x = 20$

x so dass $P(T < x) \leq 0.5 \leq P(T \leq x)$



Fahrtzeitplanung:

$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(a) **Best-Case:** $x = 15$

$$\min\{x : P(T = x) > 0\}$$

(b) **Worst-Case:** $x = 30$

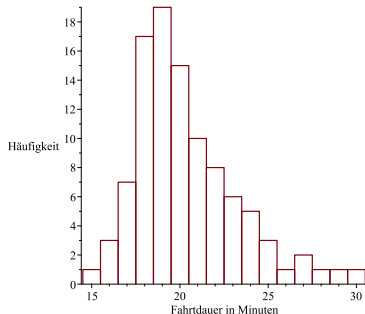
$$\max\{x : P(T = x) > 0\}$$

(c) **Modalwert:** $x = 19$

Maximalstelle von $P(T = x)$ in x

(d) **Median (50%-Quantil):** $x = 20$

x so dass $P(T < x) \leq 0.5 \leq P(T \leq x)$



Fahrtzeitplanung:

$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(a) **Best-Case:** $x = 15$

$$\min\{x : P(T = x) > 0\}$$

(b) **Worst-Case:** $x = 30$

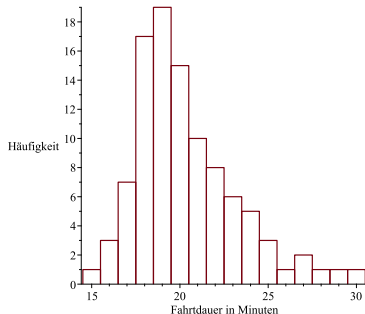
$$\max\{x : P(T = x) > 0\}$$

(c) **Modalwert:** $x = 19$

Maximalstelle von $P(T = x)$ in x

(d) **Median (50%-Quantil):** $x = 20$

x so dass $P(T < x) \leq 0.5 \leq P(T \leq x)$



Fahrtzeitplanung:

$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(a) **Best-Case:** $x = 15$

$$\min\{x : P(T = x) > 0\}$$

(b) **Worst-Case:** $x = 30$

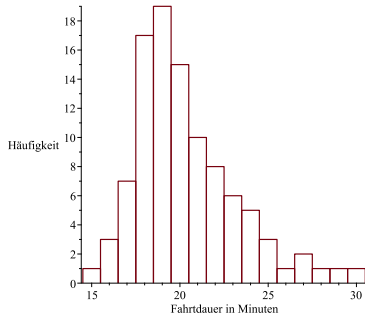
$$\max\{x : P(T = x) > 0\}$$

(c) **Modalwert:** $x = 19$

Maximalstelle von $P(T = x)$ in x

(d) **Median (50%-Quantil):** $x = 20$

x so dass $P(T < x) \leq 0.5 \leq P(T \leq x)$



Fahrtzeitplanung:

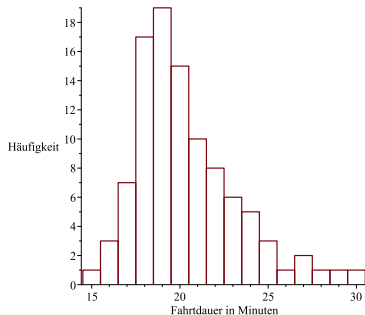
$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(e) **90%-Quantil:** $x = 24$

x so dass $P(T < x) \leq 0.9 \leq P(T \leq x)$

(e) **Erwartungswert:** $x = 20.25$

$x = 15 \cdot P(T = 15) + \dots + 30 \cdot P(T = 30)$



Erwartungswert

Der Erwartungswert der zufälligen Fahrtzeit T ist definiert als

$$E(T) = \sum_t t \cdot P(T = t)$$

Fahrtzeitplanung:

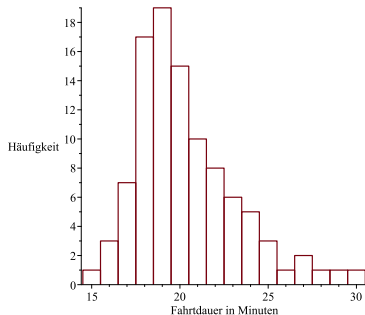
$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(e) **90%-Quantil:** $x = 24$

x so dass $P(T < x) \leq 0.9 \leq P(T \leq x)$

(e) **Erwartungswert:** $x = 20.25$

$x = 15 \cdot P(T = 15) + \dots + 30 \cdot P(T = 30)$



Erwartungswert

Der Erwartungswert der zufälligen Fahrtzeit T ist definiert als

$$E(T) = \sum_t t \cdot P(T = t)$$

Fahrtzeitplanung:

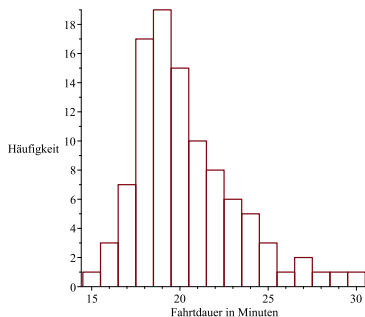
$x = 8:00$ – Abfahrtszeit

(e) **90%-Quantil:** $x = 24$

x so dass $P(T < x) \leq 0.9 \leq P(T \leq x)$

(e) **Erwartungswert:** $x = 20.25$

$x = 15 \cdot P(T = 15) + \dots + 30 \cdot P(T = 30)$



Erwartungswert

Der Erwartungswert der zufälligen Fahrtzeit T ist definiert als

$$E(T) = \sum_t t \cdot P(T = t)$$

EXKURS: Erwartungswert

Unter Verwendung von $P(T = t) \approx h(t)$ erhalten wir

$$\begin{aligned} E(T) &= \sum_t t \cdot P(T = t) \\ &\approx \sum_t t \cdot h(t) \\ &= \frac{1}{100} \sum_t t \cdot H(t) \\ &= \frac{t_1 + \dots + t_{100}}{100} \end{aligned}$$

wobei t_1, \dots, t_{100} die Fahrtzeiten der letzten 100 Tage sind.

Klaras & Peters Schulweg

Klara & Peter nehmen sich vor, im nächsten **Monat** möglichst nur **zwei mal zu spät** zu kommen.

- ▶ 20 Schultage pro Monat
- ▶ $S_i = \begin{cases} 1 & \text{: p\u00fcntlich am } i\text{-ten Tag} \\ 0 & \text{: zu sp\u00e4t am } i\text{-ten Tag} \end{cases}$ f\u00fcr Tage $i = 1, \dots, 20$

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x m\u00f6glichst klein

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x m\u00f6glichst klein

Klaras & Peters Schulweg

Klara & Peter nehmen sich vor, im nächsten **Monat** möglichst nur **zwei mal zu spät** zu kommen.

- ▶ 20 Schultage pro Monat
- ▶ $S_i = \begin{cases} 1 & \text{: p\u00fcntlich am } i\text{-ten Tag} \\ 0 & \text{: zu sp\u00e4t am } i\text{-ten Tag} \end{cases}$ f\u00fcr Tage $i = 1, \dots, 20$

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x m\u00f6glichst klein

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x m\u00f6glichst klein

Klaras & Peters Schulweg

Klara & Peter nehmen sich vor, im nächsten **Monat** möglichst nur **zwei mal zu spät** zu kommen.

- ▶ 20 Schultage pro Monat
- ▶ $S_i = \begin{cases} 1 & \text{pünktlich am } i\text{-ten Tag} \\ 0 & \text{zu spät am } i\text{-ten Tag} \end{cases}$ für Tage $i = 1, \dots, 20$

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Klaras & Peters Schulweg

Klara & Peter nehmen sich vor, im nächsten **Monat** möglichst nur **zwei mal zu spät** zu kommen.

- ▶ 20 Schultage pro Monat
- ▶ $S_i = \begin{cases} 1 & \text{pünktlich am } i\text{-ten Tag} \\ 0 & \text{zu spät am } i\text{-ten Tag} \end{cases}$ für Tage $i = 1, \dots, 20$

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Klaras & Peters Schulweg

Klara & Peter nehmen sich vor, im nächsten **Monat** möglichst nur **zwei mal zu spät** zu kommen.

- ▶ 20 Schultage pro Monat
- ▶ $S_i = \begin{cases} 1 & \text{pünktlich am } i\text{-ten Tag} \\ 0 & \text{zu spät am } i\text{-ten Tag} \end{cases}$ für Tage $i = 1, \dots, 20$

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Klaras & Peters Schulweg

Klara & Peter nehmen sich vor, im nächsten **Monat** möglichst nur **zwei mal zu spät** zu kommen.

- ▶ 20 Schultage pro Monat
- ▶ $S_i = \begin{cases} 1 & \text{pünktlich am } i\text{-ten Tag} \\ 0 & \text{zu spät am } i\text{-ten Tag} \end{cases}$ für Tage $i = 1, \dots, 20$

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Klaras & Peters Schulweg

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

- ▶ falls $x = 30$ dann ist $S_1 + \dots + S_{20} = 20$ ✓
- ▶ falls $x = 29$ dann kann es im Extremfall passieren, dass $S_1 + \dots + S_{20} = 17, 16, 15, \dots$ ✗
- ▶ falls $x = 28$... ✗

Lösung: $x = 30$ (Worst-Case Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

- ▶ falls $x = 30$ dann ist $S_1 + \dots + S_{20} = 20$ ✓
- ▶ falls $x = 29$ dann kann es im Extremfall passieren, dass $S_1 + \dots + S_{20} = 17, 16, 15, \dots$ ✗
- ▶ falls $x = 28$... ✗

Lösung: $x = 30$ (Worst-Case Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

- ▶ falls $x = 30$ dann ist $S_1 + \dots + S_{20} = 20$ ✓
- ▶ falls $x = 29$ dann kann es im Extremfall passieren, dass $S_1 + \dots + S_{20} = 17, 16, 15, \dots$ ✗
- ▶ falls $x = 28$... ✗

Lösung: $x = 30$ (Worst-Case Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

- ▶ falls $x = 30$ dann ist $S_1 + \dots + S_{20} = 20$ ✓
- ▶ falls $x = 29$ dann kann es im Extremfall passieren, dass $S_1 + \dots + S_{20} = 17, 16, 15, \dots$ ✗
- ▶ falls $x = 28$... ✗

Lösung: $x = 30$ (Worst-Case Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante A: $S_1 + \dots + S_{20} \geq 18$, x möglichst klein

- ▶ falls $x = 30$ dann ist $S_1 + \dots + S_{20} = 20$ ✓
- ▶ falls $x = 29$ dann kann es im Extremfall passieren, dass $S_1 + \dots + S_{20} = 17, 16, 15, \dots$ ✗
- ▶ falls $x = 28$... ✗

Lösung: $x = 30$ (Worst-Case Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B: $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x) \geq 18$$

für x möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x) \geq 0.9$$

Lösung: $x = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B (Tag 1): $E(S_1 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_1 möglichst klein

Da $E(S_i) = 0 \cdot P(S_i = 0) + 1 \cdot P(S_i = 1) = P(S_i = 1)$

und $P(S_i = 1) = P(T \leq x_1)$

und $E(S_1 + \dots + S_{20}) = E(S_1) + \dots + E(S_{20}) = 20 \cdot P(T \leq x_1)$

ist die Bedingung hier

$$20 \cdot P(T \leq x_1) \geq 18$$

für x_1 möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x_1) \geq 0.9$$

Lösung: $x_1 = 24$ (90%-Quantil Prinzip)

Klaras & Peters Schulweg

Variante B (Tag 2): $S_1 + E(S_2 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_2 klein

Analog zum Tag 1 erhalten wir hier

$$S_1 + 19 \cdot P(T \leq x_2) \geq 18$$

für x_2 möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x_2) \geq \frac{18 - S_1}{19}$$

Variante B (Tag 3): $S_1 + S_2 + E(S_3 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_3 klein

Analog zum Tag 2 erhalten wir hier

$$P(T \leq x_3) \geq \frac{18 - S_1 - S_2}{18}$$

Klaras & Peters Schulweg

Variante B (Tag 2): $S_1 + E(S_2 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_2 klein

Analog zum Tag 1 erhalten wir hier

$$S_1 + 19 \cdot P(T \leq x_2) \geq 18$$

für x_2 möglichst klein, bzw.

$$P(T \leq x_2) \geq \frac{18 - S_1}{19}$$

Variante B (Tag 3): $S_1 + S_2 + E(S_3 + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_3 klein

Analog zum Tag 2 erhalten wir hier

$$P(T \leq x_3) \geq \frac{18 - S_1 - S_2}{18}$$

Klaras & Peters Schulweg

Variante B (Tag i): $S_1 + \dots + S_{i-1} + E(S_i + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_i klein

Wir erhalten hier

$$P(T \leq x_i) \geq \frac{18 - S_1 - \dots - S_{i-1}}{20 - i}$$

Klaras & Peters Schulweg

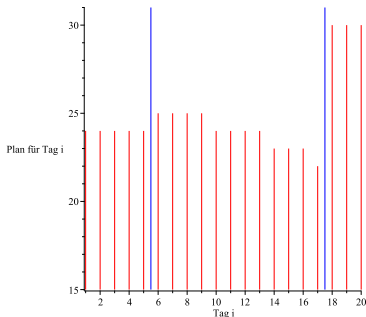
Variante B (Tag i): $S_1 + \dots + S_{i-1} + E(S_i + \dots + S_{20}) \geq 18$, x_i klein

Wir erhalten hier

$$P(T \leq x_i) \geq \frac{18 - S_1 - \dots - S_{i-1}}{20 - i}$$

simuliertes Beispiel

- ▶ Verspätung am 5-ten Tag
- ▶ Verspätung am 17-ten Tag



Versicherungsmathematik

Stochastisches Modell

- ▶ Jahre i
- ▶ Versicherungsschäden T
- ▶ Geldreserven x



Versicherungsmathematik

Stochastisches Modell

- ▶ Jahre i
- ▶ Versicherungsschäden T
- ▶ Geldreserven x

Wahl von x ?

- (a) Best-Case (minimales T)
- (b) Worst-Case (maximales T)
- (c) Modalwert (häufigstes T)
- (d) Median (ausreichend in 50% aller Fälle)
- (e) 90%-Quantil (ausreichend in 90% aller Fälle)
- (f) Erwartungswert (arithmetisches Mittel)



<http://etc.ch/jo8x>

Solvenzkapitalanforderung für Versicherer in der EU:

RICHTLINIE 2009/138/EG



*... dass es **höchstens in einem von 200 Fällen** zur Insolvenz kommen kann oder diese Unternehmen mit einer **Wahrscheinlichkeit von 99.5 %** in den kommenden zwölf Monaten weiterhin in der Lage sein werden, ihren Verpflichtungen gegenüber den Versicherungsnehmern und Begünstigten nachzukommen.*

Solvenzkapitalanforderung für Versicherer in der EU:

RICHTLINIE 2009/138/EG



... dass es **höchstens in einem von 200 Fällen** zur Insolvenz kommen kann oder diese Unternehmen mit einer **Wahrscheinlichkeit von 99.5 %** in den kommenden zwölf Monaten weiterhin in der Lage sein werden, ihren Verpflichtungen gegenüber den Versicherungsnehmern und Begünstigten nachzukommen.

Wahl von x ?

(e) 99.5%-Quantil (ausreichend in 99.5% aller Fälle)

Finanzmathematik

Soll ich mein Vermögen

- 1. aufs Sparsbuch legen oder
- 2. in Aktien investieren oder
- 3. eine Mischung aus beidem?

Stochastisches Modell

- ▶ Zinsen Sparsbuch z
- ▶ zukünftige zufällige Aktienrendite A
- ▶ Aktienquote q in %
- ▶ zukünftige zufällige Gesamtrendite $R_q = q \cdot A + (1 - q) \cdot z$

Frage: Wahl von q ?



Finanzmathematik

Soll ich mein Vermögen

1. aufs Sparsbuch legen oder
2. in Aktien investieren oder
3. eine Mischung aus beidem?

Stochastisches Modell

- ▶ Zinsen Sparsbuch z
- ▶ zukünftige zufällige Aktienrendite A
- ▶ Aktienquote q in %
- ▶ zukünftige zufällige Gesamtrendite $R_q = q \cdot A + (1 - q) \cdot z$

Frage: Wahl von q ?



Finanzmathematik

Soll ich mein Vermögen

1. aufs Sparbuch legen oder
2. in Aktien investieren oder
3. eine Mischung aus beidem?

Stochastisches Modell

- ▶ Zinsen Sparbuch z
- ▶ zukünftige zufällige Aktienrendite A
- ▶ Aktienquote q in %
- ▶ zukünftige zufällige Gesamtrendite $R_q = q \cdot A + (1 - q) \cdot z$

Frage: Wahl von q ?



Finanzmathematik

Wahl von q ?

Prinzip Verlustbegrenzung: $P(R_q \geq 0) \geq 0.9$, q möglichst groß

Es ist

$$R_q = q \cdot A + (1 - q) \cdot z \geq 0 \quad \text{genau dann wenn} \quad \underbrace{-A}_{=T} \leq \underbrace{\frac{1 - q}{q} \cdot z}_{=x_q}$$

und es ist ' q groß' genau dann wenn ' x_q klein'.

Äquivalentes Prinzip: $P(T \leq x_q) \geq 0.9$, x_q möglichst klein

entspricht 90%-Quantil Prinzip von oben

Finanzmathematik

Wahl von q ?

Prinzip Verlustbegrenzung: $P(R_q \geq 0) \geq 0.9$, q möglichst groß

Es ist

$$R_q = q \cdot A + (1 - q) \cdot z \geq 0 \quad \text{genau dann wenn} \quad \underbrace{-A}_{=T} \leq \underbrace{\frac{1 - q}{q} \cdot z}_{=x_q}$$

und es ist ' q groß' genau dann wenn ' x_q klein'.

Äquivalentes Prinzip: $P(T \leq x_q) \geq 0.9$, x_q möglichst klein

entspricht 90%-Quantil Prinzip von oben

Finanzmathematik

Wahl von q ?

Prinzip Verlustbegrenzung: $P(R_q \geq 0) \geq 0.9$, q möglichst groß

Es ist

$$R_q = q \cdot A + (1 - q) \cdot z \geq 0 \quad \text{genau dann wenn} \quad \underbrace{-A}_{=T} \leq \underbrace{\frac{1 - q}{q} \cdot z}_{=x_q}$$

und es ist ' q groß' genau dann wenn ' x_q klein'.

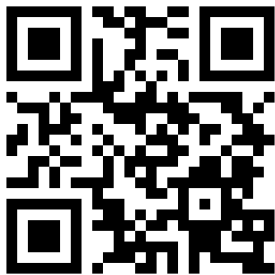
Äquivalentes Prinzip: $P(T \leq x_q) \geq 0.9$, x_q möglichst klein

entspricht 90%-Quantil Prinzip von oben

Risikoappetit

Welches Monatseinkommen würden Sie bevorzugen?

- ▶ 3400 EUR garantiert
- ▶ 1000 EUR mal Augenzahl eines Würfelwurfes ?



<http://etc.ch/jo8x>



ENDE

